

Algèbre :

Exercice n°1 :

Simplifier les réels suivants :

$$A = 3\sqrt{3} + \sqrt{75} - 2\sqrt{12}; B = \sqrt{\frac{25}{8}} \times \sqrt{\frac{2}{25}} \times \sqrt{\frac{4}{27}} \text{ et } C = \frac{3}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} + \frac{1 + \sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}}.$$

Exercice n°2 :

On donne deux réels a et b tels que $a \in \mathbb{R}^*$ et $b \in \mathbb{R}^*$ et on pose

$$X = a - |b| + \sqrt{2} - (|a| + b + \sqrt{2}) \text{ et } Y = \frac{a\sqrt{a^4 \cdot b^4}}{\sqrt{a^2} \cdot \sqrt{b^2}}.$$

- Simplifier x et y
- Calculer y pour $a = 2^{-3}$ et $b = -4^3$.

Exercice n°3 :

Soient a et b deux réels vérifiant : $a^2 + b^2 = 1$.

- Montrer que $(a + b)^2 + (a - b)^2 = 2$.
- Montrer que $a^6 + b^6 + 3a^2b^2 = 1$.

Exercice n°4 :

Factoriser :

$$E = x^2 + x\sqrt{2} + x + \sqrt{2} \quad ; F = 4x^2 - (x + 1)^2 \quad \text{et } G = x^3 + (x + 2)(3x - 5) + 8.$$

Géométrie :

Exercice n°1 :

Soit ABC un triangle isocèle en A . On désigne par H le projeté orthogonal de B sur (AC) et par (C) le cercle de diamètre [BC].le cercle (C) recoupe [AB] en K . On pose O le milieu de

- Montrer que (CK) est la hauteur issue de (C) dans le triangle ABC.
- Comparer les angles $\hat{A}BH$ et $\hat{A}CK$. puis montrer que $\hat{C}BH = \hat{B}CK$.
- Comparer les angles $\hat{B}CK$ et $\hat{B}HK$ En déduire que (BC) est parallèle à (HK).
- Soit M un point de l'arc [BC] qui ne contient pas H et $I = B^*M$.
 - Quelle la nature du triangle OBM ?
 - Sur quelle ligne fixe se déplace le point I quand varie sur l'arc [BC] ?

Exercice n°2 :

On donne trois points non alignés A, B et C

- Construire les points M et N tels que $\vec{AB} + \vec{AC} = \vec{AM}$ et $\vec{AN} = \vec{AC} - \vec{AB}$.
- Montrer que $C = M^*N$.
- Soit Q le point tel que $\vec{QB} + \vec{AB} - \vec{AM} = \vec{O}$.
- Simplifier : $\vec{U} = \vec{AQ} - \vec{NA} + \vec{QB} - \vec{CN}$.